السنة 2 بكالوريا علوم رياضية	اتصال دالة / المتتاليات	فروض النجاح استعدادا لاجتياز فروضك

فرض تجريبي من اقتراح أذ سمير لخريسي ـ مدة الانجاز ساعتان

تمرين 1 : احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}} \quad ، \quad \lim_{x\to1}\frac{x^4\sqrt[3]{x+7}-2}{1-x^2} \quad ، \quad \lim_{x\to1}\frac{\text{Arctan}(x)-\text{Arctan}(1)}{\text{Arctan}(x-1)}$$

تمرين 2 : نعتبر الدالة العددية المعرفة كما يلي : $f(x)=\text{Arctan}\left(\frac{2x}{|x^2-1|}\right)$

1) بين أن f دالة فردية

2) بين أن f تقبل تمديدا بالاتصال في النقطتين 1 و -1

(نعتبر فيما يلي g الدالة التي تمثل هذا التمديد على IR)

3) بين أن : $\forall x\in[0;1[\ \ f(x)=2\,\text{Arctan}(x)$ و أن : $\forall x\in]1;+\infty[\ \ f(x)=\pi-2\,\text{Arctan}(x)$

4) ادرس قابلية اشتقاق g في العدد 1 و أول النتيجة المحصل عليها.

5) ضع جدول تغيرات الدالة g على $[0;+\infty[$

6) نعتبر الدالة h قصور g على $J=[1;+\infty[$

7) بين أن h تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده

8) حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين 3 : من أجل n عدد صحيح طبيعي غير منعدم نعتبر الدالة العددية :

$$f_n:\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[\longrightarrow IR$$
$$x\longmapsto \tan x-x-n$$

1) ضع جدول تغيرات الدالة f_n .

2) أ- بين أن المعادلة : $f_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_n .

ب- تحقق أن $f_n(\alpha_{n+1})=1$ ثم استنتج أن المتتالية $(\alpha_n)_n$ تزايدية قطعا.

ج- بين أن المتتالية $(\alpha_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها.